

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$x \neq 9$

$|x+1| + a|x-2| = 3$ - больше 3-х корней.

$|x+1| = -a|x-2| + 3$

Метод двух функций:

$y = |x+1|$

$y = -a|x-2| + 3$

Решение:

Для того, чтобы уравнение имело больше 3-х корней, необходимо пересечение графиков.

1) $-a|x-2| + 3 = |x+1|$

$x \geq 0$

$-a(x-2) + 3 = x+1$

$-ax + 2a + 3 = x+1$

$-a = \frac{x+1-3}{x-2}$

$a = -\frac{x-2}{x-2} = \frac{2-x}{x-2}$

2) $\underline{a = \frac{2-4}{4-2} = \frac{-2}{2} = -1}$

3) $a \neq x < 0$

$-a(2-x) + 3 = -x-1$

$-a = \frac{-x-4}{2-x}$

$a = \frac{x+4}{2-x}$

$x = -1 ; \underline{a = \frac{3}{3} = 1}$

Ответ: при $a = \pm 1$.

Графический способ решения:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Олимпиада школьников «Учить строить будущее» по дисциплине математика

ЧИСТОВИК

Вариант № 2

(без № варианта работа не проверяется и аннулируется)

При обнаружении в чистовике записей, не относящихся к решаемому варианту, работа не проверяется и аннулируется

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

(в столбце «Ответ» необходимо написать итоговый ответ на задачу)

Задача №	Ответ	Служебное поле
1		
2	$\frac{2000 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{3}$	
3		
4	$(\sqrt[3]{25}, -\frac{3}{2})$	
5	Минута. Певуча.	
6	$2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	
7	$\frac{10}{17}$	
8	$[2; 2.5] \cup (3; 4]$	
9	при $a = \pm 1$	
10		
Итого:		

Изменение неправильного ответа

(для отмены неправильного ответа укажите номер задачи и впишите правильный ответ)

Задача №	Ответ	Служебное поле

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

Вариант 2

Nº2 $\angle HSO = 9$
 $SC = 10$

 $\angle 7V - 1$

Решение:

- 1) $\sin \alpha = \frac{OD}{10} \Rightarrow OD = 10 \sin \alpha$
- 2) $BD = 2OD$ (гипотенуз катета) $= 20 \sin \alpha$
- 3) $20 \sin^2 \alpha = 400$ (теорема Пифагора)

$$AB^2 = 200 \sin^2 \alpha ; AB = 10\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$4) \text{Socz} = AB^2 = 200 \sin^2 \alpha$$

5) $h(50)$ у Δ $SOD = \sqrt{100 - 100 \sin^2 \alpha} = 10 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 10 \sqrt{\cos^2 \alpha} = 10 \cos \alpha$

$$b) V = \frac{1}{3} S_{\text{sen}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 200 \sin^2 \alpha \cdot 10 \cos \alpha = \frac{2000 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{3}$$

Other: $\frac{2000 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{3}$

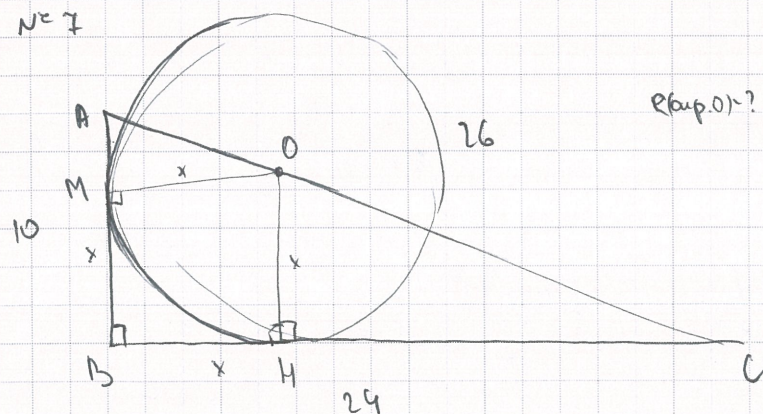
Other:

№ 5

Если Катя занимается кино, то живёт в Сочи → Лера (младшим
исключением) во Владивостоке, занимается ^{балетом} танцами. Тогда Катя живёт
в Москве, занимается пением.

Ответ: Катя — получила Катя получила 6 монет.

№ 7



1) Заметим, что дуги являются вписанными - прямоугольными (по обратной теореме Евклида):

$$26^2 = 10^2 + 24^2$$

2) По условию Н и М - точки на с. окружности и стороны $\Rightarrow$ образуются 3 подобных треугольника ($\triangle ABC \sim \triangle HNC \sim \triangle MCO$), так как $BH \parallel BC$ (соотв. углы = 90°), $AM \parallel CM$ (аналогично).

Тогда:

3) Рассмотрим $\triangle AMO$ и $\triangle ABC$:

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AO}{AC} = \frac{MO}{BC} \text{ (no clearly negative).}$$

определим OM , как X , тогда $BM = OM = MB = X$ (весь образуется из треугольников, у которого все стороны $= 50^\circ$, а $OM = OM = R$ исходной окружности)

$$\Rightarrow AM = 10 - x; \quad BN = CM = 24 - x. \Rightarrow$$

$$\frac{10-x}{10} = \frac{x}{24} \Rightarrow 24(10-x) = 10x \Rightarrow 240 = 34x$$

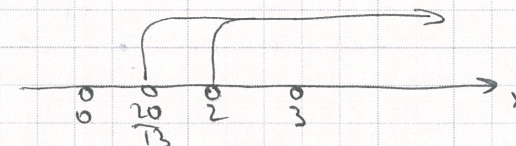
$$x = \frac{240}{34} = \frac{120}{17} = R(\text{comp. } 0)$$

Order: $\frac{120}{17}$.

$$\lg_{x-2}(2x^2) \leq \lg_{x-2}(13x-20)$$

определение:

$$3. \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \neq 1 \\ x \neq 0 \quad (2x^2 > 0) \\ 12x-20 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \\ x \neq 0 \\ x > \frac{20}{12} \end{cases}$$



$$\text{II. } \log_{x-2}(2x^2) \leq \log_{x-2}(13x-20)$$

$$\log_{x-2}(2x^2) - \log_{x-2}(13x-20) \leq 0$$

$$\log_{x-2} \frac{2x}{13x-20} \leq 0$$

$$(x-2-1)\left(\frac{2x^2}{13x-20}-1\right) \leq 0$$

$$(x-3) \left(\frac{2x^2 - 13x + 20}{13x - 20} \right) \leq 0 \iff (x-3) \left(\frac{2(x-2,5)(x-4)}{13x - 20} \right) \leq 0$$

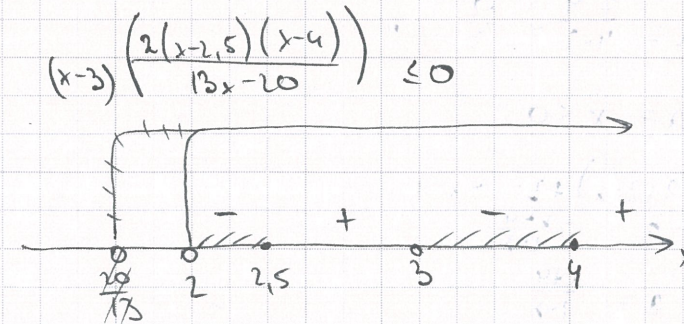
$$\bullet 2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9$$

$$x_1 = \frac{13+3}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{13-3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

Antwort: $x \in (2; 2,5] \cup (3; 4]$.



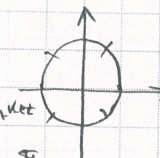
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

№6

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{2}\sin x\right)$$

тангенс и котангенс равны в точках $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$



$\Rightarrow$ найдем значение, при котором $\frac{\pi}{2}\cos x = -\frac{\pi}{2}\sin x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

$$1) \frac{\pi}{2}\cos x + \frac{\pi}{2}\sin x = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2}(\cos x + \sin x) = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \cos x + \sin x = \frac{1}{2} \quad | : \cos x$$

$$\operatorname{tg} x + 1 = \frac{\cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos x - 2}{2}$$

$$x = \arctg \frac{\cos x - 2}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

при $\frac{\pi}{2}\cos x + \frac{\pi}{2}\sin x = -\frac{\pi}{4}$, получаем то же значение, только с противоположным знаком:

$$x = -\arctg \frac{\cos x - 2}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \frac{\pi}{2}\cos x + \frac{\pi}{2}\sin x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2}(\cos x + \sin x) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos x + \sin x = \frac{3}{2} \quad | : \cos x$$

$$\Leftrightarrow 1 + \operatorname{tg} x = \frac{3\cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{3\cos x - 2}{2}$$

$$x = \arctg \frac{3\cos x - 2}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

при $\frac{\pi}{2}\cos x + \frac{\pi}{2}\sin x = -\frac{3\pi}{4}$, получаем

$$x = -\arctg \frac{3\cos x - 2}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$x = \pm \arctg \frac{3\cos x - 2}{2}$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$N^{\circ} 4. \begin{cases} 2 \log_5 x = 1 - y \\ x^4 = 0,2 \end{cases}, x > 0$$

$$1) y = \log_x \frac{1}{5} = -\log_x 5$$

$$2) 2 \log_5 x = 1 + \log_x 5$$

$$2 \log_5 x - \log_x 5 = 1$$

$$2 \log_5 x - \log_5 \frac{5}{x} = 1$$

$$2 \log_5 x - \log_5 \frac{5}{x} = \log_5 5$$

$$\log_5 x^2 - \log_5 \frac{5}{x} = \log_5 5 = 0$$

$$\log_5 \frac{x^2 \cdot x}{5 \cdot 5} = 0$$

$$\frac{x^3}{25} = 1$$

$$x = \sqrt[3]{25}$$

$$3) y = 5^{-1} \Leftrightarrow \sqrt[3]{25} y = 5^{-1}$$

$$5^{\frac{2}{3}} y = 5^{-1}$$

$$y = -\frac{2}{5}$$

Ответ: $(\sqrt[3]{25}; -\frac{2}{5})$.

$$N^{\circ} 3. \sqrt{\log_{\frac{1}{3}} |x+2|} + \sqrt{x^2 + 4x + 3} + \lg(x+13) = 0$$

ограничения:

$$|x+2| > 0$$

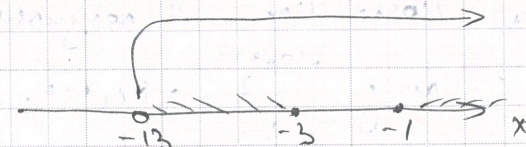
$$x \neq -2$$

$$(x+3)(x+1) \geq 0$$

$$x > -13$$

$$(x+2) \in (0; 1)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} |x+2| + (x+3)(x+1) = \lg^2(x+13)$$



Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

N^o 6

$$\lg\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) = \lg\left(-\frac{\pi}{2} \sin x\right)$$

$$\lg\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) = \lg\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin x\right)$$

$$\lg\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) = \lg\left(-\frac{\pi}{2} (1 + \sin x)\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos x = -\frac{\pi}{2} (1 + \sin x) \quad | : \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = -1 - \sin x$$

$$\cos x + \sin x = -1 \quad | : \cos x$$

$$1 + \lg x = -\frac{1}{\cos x}$$

$$\lg x = \frac{1}{\cos x} - 1$$

$$\lg x = -\left(\frac{1}{\cos x} + 1\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos x} - 1} = -\left(\frac{1}{\cos x} + 1\right)$$

$$\frac{1}{\cos x} - 1 = \frac{1}{\cos x} + 1$$

$$\cos x + \sqrt{1 - \cos^2 x} = -1$$

$$\cos x + 1 = -\sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\cos^2 x + x + 2 \cos x = x - \cos^2 x$$

$$2 \cos^2 x + 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x (\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \cos x = -1$$

Ответ: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

